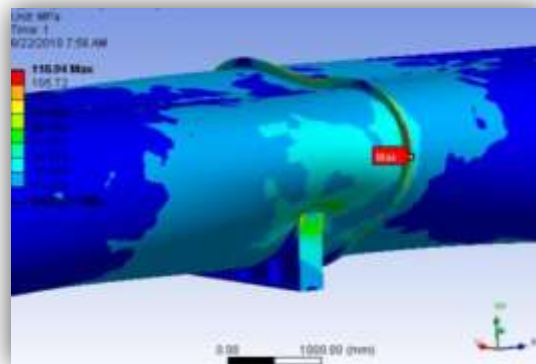


## DISEÑOS MECÁNICOS EMPLEANDO ANÁLISIS CON LOS MÉTODOS DE ELEMENTOS Y VOLÚMENES FINITOS



**Autor: Ingeniero Juan Carlos Gutierrez**

**UEN Servicios de Ingeniería – INDISA S.A.**

### Resumen

*Como parte de los métodos de soluciones de ingeniería asistida por computador (CAE), se cuenta actualmente con herramientas de análisis que usan el método de elementos finitos (MEF) y el método de volúmenes finitos (MVF). Estas herramientas no deben resultar ajenas a la ingeniería que hoy se practica en Colombia y, este artículo, intenta aportar algunos conceptos útiles al lector para identificar la necesidad de un análisis de este tipo y ambientar espacios comunes que permitan la interpretación de las soluciones.*

### Introducción

En la física-matemática, las ecuaciones diferenciales (ED) aparecen por la necesidad de describir el comportamiento de ciertas variables físicas inherentes a cuerpos, continuos y procesos, cuyos estados cambian con respecto al tiempo, espacio o excitaciones externas. Como un as bajo la manga, el ingeniero puede recurrir a la solución con métodos numéricos MEF y MVF, para situaciones físicas de gran complejidad y donde se requiera manipular varias variables.

Compañías de productos de consumo, sistemas aeroespaciales, marinos, estructurales, civiles, hidráulicos, energéticos, etc., han reportado dividendos por modelos basados en estos métodos, más económicos que construir un prototipo. Por lo tanto, el mercado de los paquetes computacionales asociados a MEF y MVF es extenso e incluye programas especializados para cada tipo de física.

A continuación, se ilustran las etapas típicas de un análisis usando MEF y MVF, y se definen conceptos con los que el lector podría toparse durante la lectura o evaluación de un estudio tal. Adicionalmente, se elaboraran dos ejemplos para distinguir la filosofía de ambos métodos:

- a) Análisis estático de una barra empotrada con una carga en el extremo (viga en cantiléver) y
- b) Flujo de fluidos a lo largo de un tubo circular.

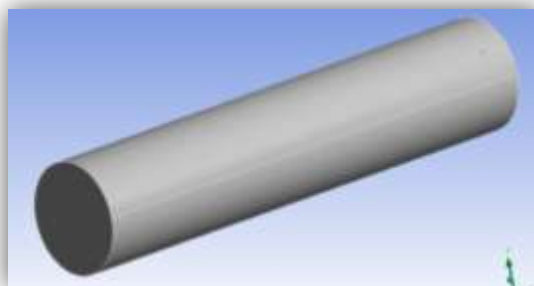
### Determinando la física de estudio

- Antes de abordar un análisis, es necesario que se discuta cuales son las variables o funciones cuyo comportamiento se desea conocer y manipular dentro del proyecto, por ejemplo: Estado de deformaciones y esfuerzos de cuerpos sólidos excitados por fuerzas o flujos de calor externos. Para abordar con MEF.
- Estado de temperaturas de cuerpos sólidos con flujos de calor o temperaturas superficiales conocidas, en estados estable o transitorio (ED Fourier). Para resolver con MEF.
- Respuestas armónicas y modales de un cuerpo excitado por una fuerza dinámica. Para abordar con MEF.
- Campos de velocidades (vectorial), presiones, temperatura, concentraciones (escalares) de una geometría ocupada por un fluido. A este tipo de análisis se le llama CFD (*Computational Fluid Dynamics*). Los paquetes de CFD pueden usar el MEF o el MVF dependiendo de quién los haya desarrollado.

Localizada la física y el software disponible, el analista recorre las etapas que se ilustran a continuación. En los ejemplos a y b las geometrías son idénticas, sin embargo, las físicas, las condiciones de frontera e incluso el tipo de programas empleado, son distintos. La similitud de geometrías permite distinguir los dos tipos de análisis (MVF y MEF) paralelamente.

### Geometría, discretización, malla

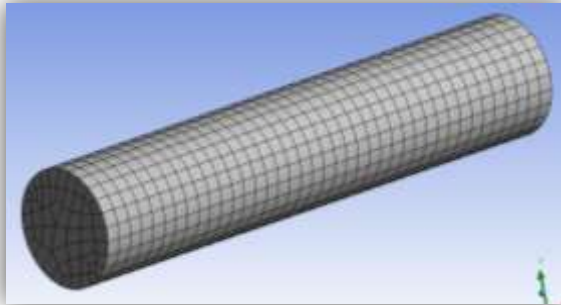
Los MEF y MVF parten de una geometría en la que se investiga el comportamiento de una función o variable. Durante cualquier desarrollo, el analista está menos interesado en las características constructivas y simplifica muchos de los detalles que el diseñador convencional considera relevantes.



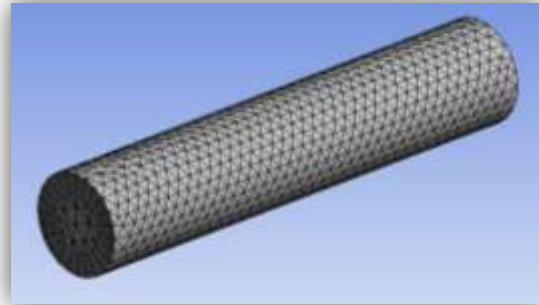
**Figura 1. Síntesis de una geometría para (a) una barra sometida a una carga transversal o (b) el flujo a lo largo de un tubo circular donde se modela el fluido, no la pared del tubo.**

Tanto MVF como MEF son métodos numéricos que debilitan (bajan de orden) la ED mediante ciertos algoritmos, llevándolos a sistemas lineales (matriz-vector) del tipo  $[A]x=b$ , aplicable a un número de ecuaciones  $m$ , donde  $m$  corresponde al número de elementos que tenga el dominio discretizado.

En el MEF, se generan un conjunto de nodos en los cuales se encuentra una solución satisfactoria de la ED. Luego, esta solución se puede interpolar ordinariamente desde los nodos hacia la parte de dominio que está entre ellos. A esta zona entre los nodos se le llama elemento.



(a) Malla típica para un análisis con MEF estructural o térmico



(b) Malla típica para un análisis con MEF flujo de fluidos, con énfasis en los elementos de la pared para hacer sensible el modelo a la capa límite.

Figura 2. Discretización o mallado

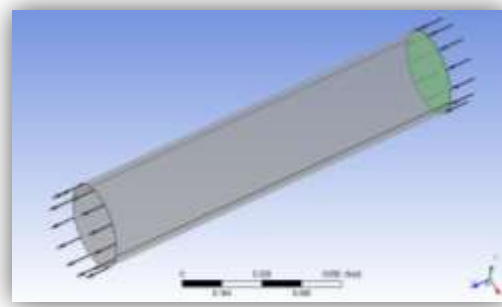
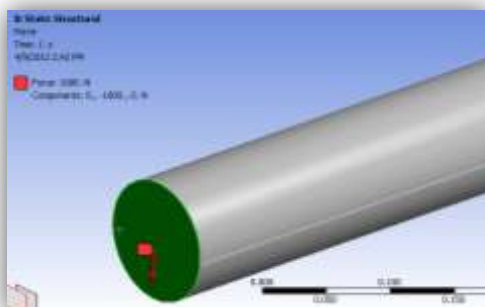
Similarmente, el método de volúmenes finitos (MVF), discretiza en volúmenes de control finitos pequeños sensibles a los fenómenos de transporte inherentes al flujo de fluidos. Luego se acoplan las soluciones aproximadas entre volúmenes finitos adyacentes, en una solución para todo el dominio.

Esta etapa es determinante en el modelo, pues cuanto más densa sea la malla, más precisa es la solución, la limitante es la capacidad del computador para hacer un determinado número de operaciones (m operaciones en un sistema  $[A]x=b$  con m filas y m elementos). El analista debe equilibrar el número de elementos de la discretización, contra un tiempo de solución pertinente.

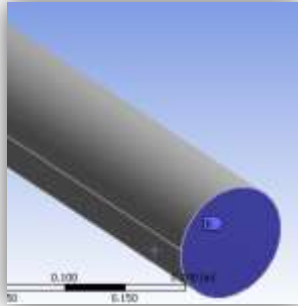
### Condiciones de frontera

En esta fase se determinan las características o valores que tendrá cada variable investigada en el contorno del dominio. El analista restringe el modelo preguntándose por: ¿Cuánto será el desplazamiento de este extremo del cuerpo?; ¿Cuál será la temperatura en aquel extremo?; ¿Qué presión se aplica aquí?; ¿Cuánta fuerza empuja por allá?; ¿Cuál será la velocidad y la temperatura del fluido por esta entrada? ¿Cuál será la restricción para el flujo en esta otra?; ¿Cómo se desplaza el fluido sobre esta pared?, ¿Qué tipo de material o sustancia fluye? etc.

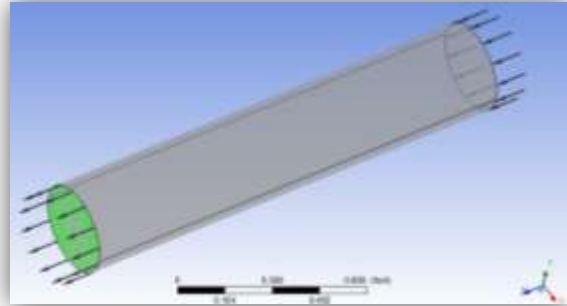
Las condiciones de frontera siempre aparecen para la ingeniería en una lista de requerimientos y o bases de diseño y son claves para una veracidad física, pues aparte de la consistencia matemática que la ED requiere para la solución particular, el modelo debe acogerse a condiciones físicas medibles.



(a) Una carga transversal en un extremo



(b) Un flujo másico en la entrada



(a) Un extremo fijo

(b) Una presión en la salida

Figura 3. Condiciones de frontera típicas en (a) un análisis estructural (b) análisis de flujo de fluidos.

## Solución o proceso

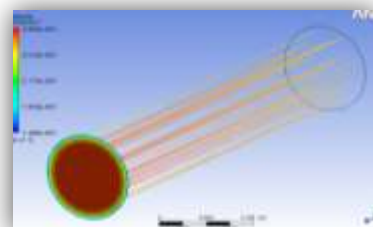
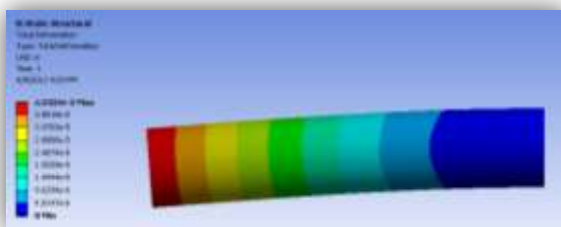
Como ya se mencionó, los diferentes programas basados en el MVF y MEF, generan una ecuación matricial  $[A]x=b$ . Los diferentes paquetes computacionales incluyen algoritmos cerrados que resuelven este sistema numéricamente. Para el caso de MEF los resultados se ordenan en un vector  $x$  de desplazamientos y o temperaturas..

Para el caso de MVF el asunto es más complejo. El flujo de fluidos estable por ejemplo, requiere simular un flujo transitorio “virtual” que no tiene ningún significado físico, pero constituye un truco para resolver las ecuaciones de momentum y energía implícitas en las ED. Estudios del flujo de fluidos en el estado transitorio, con fluidos no newtonianos, consideraciones de convección, radiación o con cinética de reacciones, son de una matemática cuya complejidad se entiende, va en aumento.

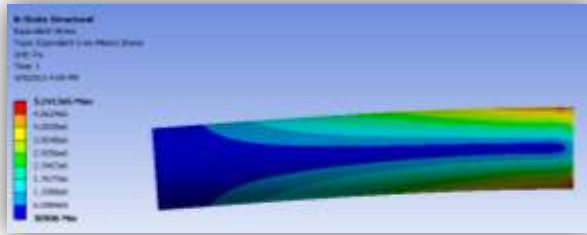
Así las cosas, la convergencia para MEF se refiere al método numérico específico que se usa para resolver un sistema lineal único de ecuaciones  $[A]x=b$ , mientras que para MVF la convergencia se aplica al proceso por el cual  $q$  soluciones iterativas del sistema  $[A]x=b$  satisfacen algún criterio de error.

## Resultados o post proceso

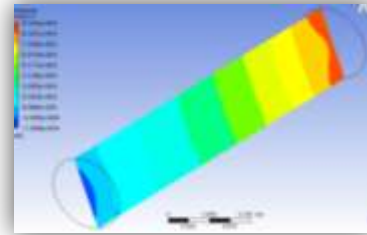
El proceso arroja una serie de datos ordenados en arreglos matriciales cuyas entradas son la solución en cada elemento o volumen finito. Los programas de post proceso representan dichos arreglos matriciales en toda la extensión de la geometría donde es válida la solución, le prestan las herramientas al analista para sacar conclusiones, emulando: termómetros, manómetros, medidores de flujo, galgas, etc.



(a) Deformaciones equivalentes de von-mises



(b) Velocidades



(a) Esfuerzos equivalentes de von-mises

(b) Presiones lo largo del dominio fluido con una pared lisa asignada alrededor

Figura 4 representaciones típicas de una variable en un programa de post proceso.

## Conclusiones

El MEF y MVF son métodos numéricos con diferencias sustanciales que prestan un valioso servicio a la ingeniería. Con MEF se aborda la solución de ED de variados tipos, software como ANSYS STRUCTURAL, COSMOS, ALGOR, COMSOL, lo adoptan, algunos incluso para resolver las ED características del flujo de fluidos: momentum, energía y continuidad. El MVF es un desarrollo esencialmente para el flujo de fluidos y es usado por paquetes como ANSYS-CFX, STAR CCM y ANSYS-FLUENT, donde los volúmenes de control son más sensibles a los procesos difusivos y convectivos.

Durante el proceso de diseño, es menester ajustar iterativamente la geometría obedeciendo a facilidades constructivas, economía de espacio, para optimizar una variable, etc., y todos los modelos matemáticos desarrollados dentro del proceso de diseño se van perfeccionando reiterativamente según el reto. Los modelos que usan MEF y MVF no son la excepción. Durante los análisis, es común variar las condiciones de frontera, adecuar geometrías o materiales. Un buen modelo matemático puede adaptarse a varios escenarios y para eso debe contarse, no solo con un software idóneo y eficaz, si no también con analistas experimentados en el ámbito del diseño, que vean soluciones prácticas de diseños mecánicos, más allá de soluciones matemáticas a problemas físicos.

## Referencias bibliográficas

Este texto fue concebido a partir de la experiencia del autor en el empleo de estas herramientas computacionales en su trabajo en INDISA S.A. y a partir de las lecturas referidas a continuación, no se hacen citas textuales y extrae conceptos básicos para el fácil entendimiento del lector.

1. García, Manuel. *Lecture notes on numerical analysis*, Universidad EAFIT. Medellín, 2000-2004.
2. Retrepo, Jorge. *Notas del curso de introducción al Método de los Elementos Finitos* Universidad Eafit. Medellín, 2005.
3. Versteeg H.K., Malalasekera W. *Introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method* (Longman, 1995)(T)(267s).
4. ANSYS CFX & STRUCTURAL NLT, Ayudas y tutoriales. Realease 13. 2012.

# NOVEDADES

## FERIA INTERNACIONAL DEL LIBRO – BOGOTA



Desde el 18 de Abril hasta el 1 de Mayo de 2012, se llevara a cabo en Bogotá la Feria Internacional del Libro-FILBo. La feria celebrará sus primeros 25 Años como el epicentro de la Mayor oferta literaria del país, así como la plataforma tradicional de lectura de los Colombianos.

Este año trae a escritores de 18 países, el país que estará como invitado especial será Brasil.

En la edición de 2012, los organizadores de la XXV Feria Internacional del Libro de Bogotá esperan recibir alrededor de medio millón de visitantes y realizar negocios por el orden de los 20 millones de dólares. Y, por encima de todo, esperan que se mejore el nivel de lectura anual por habitante, que en Colombia es de un 1,6 libros frente a los, por ejemplo, 5,4 libros de Chile.

**Si usted no recibe esta publicación directamente de INDISA S.A. o si desea recomendarnos a alguien para que la reciba, [presione aquí](#)**

Para consultar las ediciones anteriores del boletín INDISA On line, puede entrar a <http://indisaonline.8m.com/>.

En esta página se encuentran todos los boletines en formato de página web, para que usted pueda grabarlos en su computador e imprimirlos.



Tel: (574) 444 61 66  
Medellín-Colombia

[mercadeo@indisa.com](mailto:mercadeo@indisa.com) <http://www.indisa.com/>